

LA RAZÓN DE SER DE ESTAS CARTILLAS

Luego de más de cuarenta años de titubear en torno a búsquedas pedagógicas, la Escuela Pedagógica Experimental ha logrado algunos resultados que creemos que vale la pena compartir con la comunidad. Definitivamente estamos convencidos de la importancia de unir esfuerzos para conseguir una escuela que realmente corresponda a nuestras posibilidades, a nuestra historia de realizaciones y a las capacidades que hemos mostrado los colombianos.

Son muchos los temas que podríamos incluir con estas intenciones. Unos relacionados con las disciplinas, otros con la pedagogía propiamente dicha y, en fin, muchos concernientes a las estrategias que hemos construido para convertir en realidad lo que podríamos denominar la *Pedagogía EPE*.

Por otra parte, los protagonistas de esta gesta hemos sido muchos. Por la EPE han transitado en estos 40 años más de 300 maestros, hemos graduado más de 1.000 bachilleres y recordémoslo, si la escuela existe, ello ha sido posible por que han existido los padres de familia, un grupo de colombianos que ha creído en nosotros, en la EPE, y que a través de las pensiones la ha mantenido viva, financiándola.

Lo que se hace entonces en el momento de escribir estas cartillas es sistematizar aspectos puntuales de la EPE, que tienen la impronta de quien lo hace. Habrá en el futuro diversas perspectivas de sistematización y entonces tendremos muchos planteamientos alternativos para las mismas experiencias. Tendremos muchas EPEs.

LAS MATEMÁTICAS EN LA EPE

Una de las quejas que motivó la creación de la EPE era nuestro descontento por lo que la escuela tradicional hace con las disciplinas, concretamente al convertir el conocimiento en información.

Planteado eso, lo que quedaba como tarea era ingente: ¿Entonces qué hacer?

Fue entonces cuando iniciamos la exploración, el estudio y la práctica reflexiva en la escuela con los maestros y estudiantes.

Por el origen disciplinario de los fundadores lo que primero abocamos fue digamos la formación en matemáticas, ciencias y democracia. Hoy, aunque no todo está absolutamente claro, sí podemos avanzar un tanto y compartir lo que en líneas generales es la academia en la EPE.

La estructuración de la perspectiva de las matemáticas ha tenido la contribución de más de 50 maestros de la EPE. Si vamos al origen fueron tal vez las lecturas de J. Piaget, de S. Kuhn y de A. Koyré las que desde hace unos 40 años nos mostraron que el aprendizaje como una revolución o acomodación debe surgir de enfrentarse a conflictos y situaciones inesperadas. Ese modelo de aprendizaje lo expusimos formalmente en el libro *La enseñanza de la Física, dificultades y perspectivas (Segura D. 1993)*, publicado por el Fondo Editorial de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Hace unos quince años descubrimos que lo que hacíamos en la práctica era explorar las posibilidades de la abducción en la construcción disciplinaria. Es por ello que comenzamos con esa temática como lo central de estas cartillas. En realidad, fue la perspectiva abductiva lo que nos permitió estructurar la academia en torno de la creatividad, que nos llevó a una manera totalmente antagónica a lo que es la academia en nuestras escuelas usuales.

Lo que sucede es que mientras la escuela en el mundo está centrada en la difusión de los resultados de la actividad matemática o científica, esto es, en la repetición y memorización de resultados y algoritmos, nuestra propuesta enfatiza en transitar los procesos de construcción de las disciplinas recorriendo los procesos de elaboración de hipótesis y solución de problemas.

Nos interesa más el camino de producción del saber que los resultados desnudos que se obtienen.

- 2 -

HACIENDO MATEMÁTICAS

El pensamiento abductivo

Dino Segura

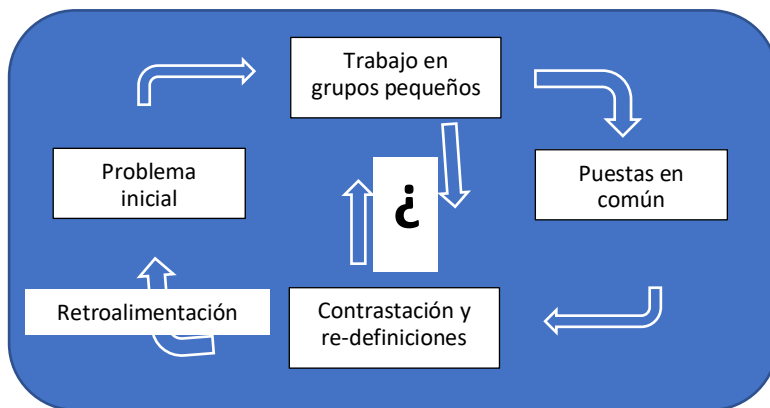
La estructura de la clase

La organización del aula está relacionada con lo que se busca con las actividades. Si lo importante es que los estudiantes atiendan exclusivamente al maestro, con la intención de aprender (casi siempre de memoria) lo que expone el maestro, el aula propiciará la mirada hacia el expositor, se propenderá por la no distracción con otros eventos, los pupitres serán unipersonales, etc. Pero si lo que queremos es la interacción entre estudiantes, las búsquedas colectivas y la conversación, el aula tendrá otra organización. Y efectivamente en la EPE esa “otra” organización existe. El aula está prevista para unos 20 o 25 estudiantes sentados en mesas de trabajo con unos 4 o 5 estudiantes por mesa (Ver Segura, D. y otros 2004).

La clase no gira en torno a una programación prevista externamente, sino que se relaciona con los temas que se van dando de acuerdo con los intereses de estudiantes y maestro. Con frecuencia el maestro propone un problema que es recibido con curiosidad por los estudiantes y que concita las expectativas. El maestro sabe qué problema plantear porque conoce muy bien a sus estudiantes.

Una vez planteado el problema que casi siempre es recibido como un reto intelectual, los grupos por mesas de trabajo inician la exploración y discusión del problema. En esta dinámica no existen reglas de control. Puede haber competencia entre las mesas o puede haber intercambio de protagonistas entre las mesas, etc. Lo cierto es que con frecuencia se dan discusiones ente los estudiantes

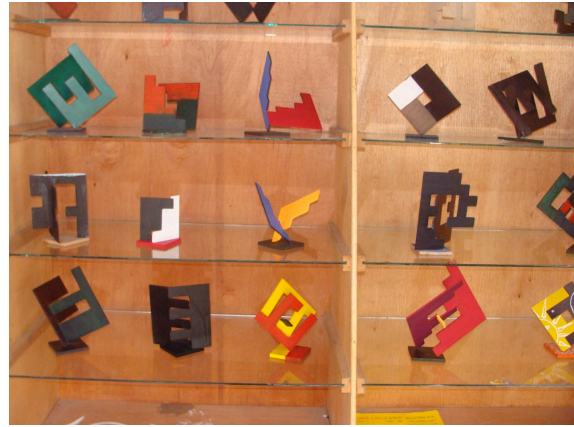
individualmente, que se relacionan con los diferentes enfoques con que se aboca el problema por cada quien o por cada mesa. Luego de un tiempo aparecen iniciativas o propuestas de solución del problema y los participantes solicitan ser escuchados para exponer ante todos lo conseguido en la mesa o individualmente. Lo que se expone es considerado por los diferentes grupos y con frecuencia enriquece y aclara el problema, aunque no siempre lo resuelve. Con el



Esquema de la organización del aula: El proceso puede seguir durante mucho tiempo mediante retroalimentaciones sucesivas

asunto enriquecido los grupos vuelven a trabajar y en esta dinámica pueden durar tiempos más o menos largos, incluso tiempos que toman varias sesiones de trabajo.

Anotemos que con frecuencia cuando se está tratando un determinado problema, surgen inquietudes, preguntas o iniciativas relacionadas con otros asuntos, incluso muy distantes de lo que se trata, pero también sugerencias cercanas y suscitadas por el tema de estudio. Lo



Dividir un cuadrado en dos partes iguales

que sucede cuando un problema genera otros interrogantes y actividades está descrito y estudiado en nuestro trabajo sobre las Actividades Totalidad Abiertas (ATAs, ver Segura y otros 1991).

Un ejemplo que ilustra a la vez, la estructura de la clase y la manera como se relaciona una actividad con la siguiente en una sucesión de propuestas a veces increíble o al menos sorprendente es la que trataremos a propósito de los problemas que no tienen solución.

Problemas que no tienen solución

Un artículo que apareció en una revista alemana cuya referencia ya olvidamos, fue hace unos 15 años, (“la pared invisible”) nos llamó la atención en cuanto nos hizo caer en la cuenta de ciertas características de las clases (de todo el mundo) y de los problemas que se resuelven en ellas. Ante todo nos percatamos de que los problemas que se resuelven en clase realmente no son problemas sino ejercicios. Se trata de ejercitar algún procedimiento que se expone en la dinámica de la clase y se continúa con una colección de problemas y ejercicios que ilustran el algoritmo y presumiblemente lo fijan en la memoria y en la conducta de los estudiantes como consecuencia de la repetición.

Esto nos llevó a preguntarnos qué sucedería si se propusieran problemas que no tienen solución. La iniciativa se valía del hecho de que todos los ejercicios que usualmente se proponen en las aulas de clase, en la estructura que describimos antes, tienen solución. La propuesta resultó muy interesante, hasta tal punto que la convertimos en un proyecto de investigación que adelantamos en la EPE con estudiantes de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, que lo adelantaron como varios proyectos de grado.

Entre las cosas que encontramos en el desarrollo del proyecto está la constatación del rechazo inmediato de los estudiantes a que existan problemas que no tienen solución y

la tendencia consecuente a modificar los términos del enunciado para lograr que el problema sí tenga solución. Lo que nosotros nos proponíamos en la dinámica abductiva era sorprenderlos cuando se encontraban con un ejercicio o problema que no tenía solución e incitarlos a plantear hipótesis orientadas a demostrar que el problema no se podía resolver porque no tenía solución. Lo que encontramos en tales situaciones es que se presentan actitudes como de matemáticos de verdad, podríamos afirmar con cierto orgullo, que en esos casos se hacen matemáticas. Veamos un ejemplo que es emblemático para nosotros.

El problema

Determinar dos números consecutivos que sumen 120

Hemos propuesto este problema en muy variados auditorios y por su puesto a los estudiantes, desde grado 6º, en cursos de formación de adultos y con auditorios tanto de matemáticos como de no matemáticos.

El enunciado del problema puede ser,

Encuentra dos números consecutivos que sumen 120.

¡Parece un problema inocente! Sin embargo, luego de un tiempo se rompe el silencio y alguien anota,

- No se puede hacer. O, mejor, ¿qué significa consecutivo, no son dos números seguidos, como por ejemplo 59 y 60?



Curvas con rectas

Pero, dice otro interrumpiendo

- Si tomamos 59,5 y 60,5 ¡ellos suman 120!
- Sí pero no son números consecutivos. Los consecutivos son enteros.

Antes de dar curso a la discusión un matemático a nota,

- Es imposible, no tiene solución, porque dos números consecutivos son por ejemplo N y $N+1$ (como 26 y $26+1$) y la suma de estos es $2N+1$ y esa es la definición de un número impar y 120 es un número par. Por eso no tiene solución.

Bueno, ya podemos imaginar la multiplicidad de intervenciones de matemáticos y no matemáticos en la clase.

–Alguien anotaba, que los consecutivos también podían ser números reales, no solo los enteros.

- Entonces, anotaba otro argumentando en contra y en tono de discusión, ¿cuál es el consecutivo a 6,32?; esto es, ¿cuál es el que le sigue a 6,32?
- ¿

Los argumentos y discusiones se orientaron espontáneamente a definir los términos, esto es, a aclararnos y a ponernos a acuerdo acerca de lo que se entiende por consecutivos, impares, naturales, enteros, números seguidos, etc.

Para algunos, por ejemplo, todo depende de acuerdos, si definimos como números consecutivos los de una secuencia como siguiente

15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, ...

entonces 55 y 65 son dos números consecutivos (en esta secuencia) que suman 120. Bueno, como puede verse, la discusión era de matemáticas y se estaban haciendo matemáticas.

- Definiendo términos
- Haciendo hipótesis
- Argumentando matemáticamente, inventando pruebas
- Exigiendo definiciones
- Probando
- Refutando
- ...

Repitémoslo nuevamente, en este caso estábamos ante una situación en donde no había una respuesta al problema, se trataba de un problema que no tenía solución y había que demostrar eso precisamente, que no tenía solución.

Este fue uno de los muchos problemas que no tienen solución que estudiamos y que una vez planteados desencadenan una serie de argumentaciones y búsquedas en el ámbito de las matemáticas.

Y así, en la historia, problemas que no tienen solución han jalonado capítulos de las matemáticas...

Encontrar la relación entre el lado y la diagonal de un cuadrado.

encontrar la raíz cuadrada de un número negativo.

tratándose de los enteros dividir 6 por 5.

Una familia de problemas

Una familia de problemas muy interesante resultó de la observación que hicimos del problema anterior:

Los números impares pueden verse como el resultado de sumar dos números consecutivos.

Y, ¿si sumáramos TRES números consecutivos qué resultaría?

Tomemos algunos como, por ejemplo:

$$\begin{array}{rcl} 1+2+3 & = & 6 \\ 2+3+4 & = & 9 \\ 3+4+5 & = & 12 \\ 4+5+6 & = & 15 \\ 5+6+7 & = & 18 \end{array}$$

¡Los impares resultan de sumar dos números consecutivos!

¡son los múltiplos de 3!

¡Los múltiplos de tres resultan de sumar tres números consecutivos!

Y, ¿qué sucede si sumamos cinco números consecutivos? Veámos:

$$\begin{array}{rcl} 1+2+3+4+5 & = & 15 \\ 2+3+4+5+6 & = & 20 \\ 3+4+5+6+7 & = & 25 \end{array}$$

¡Los múltiplos de cinco resultan de sumar cinco números consecutivos!

Tendríamos los múltiplos de 5

Pero eso no vale para cuatro números consecutivos, ¿Por qué?

Si sumáramos CUATRO números consecutivos, ¿qué resultaría? ...

Estas especulaciones eran asunto de nunca acabar, pero encantadoras pues nos ilustran una propiedad de la matemática y es que las matemáticas no están allí afuera para observarlas y admirarlas, sino en nuestra imaginación o en nuestro entendimiento (tal vez?) o dentro de nuestras propias cavilaciones y nosotros las estamos creando con nuestras acciones.

Entonces sumando cuatro números consecutivos tenemos que

$$1+2+3+4 = 10$$

$$2+3+4+5 = 14$$

$$3+4+5+6 = 18$$

$$4+5+6+7 = 22$$

**Son los pares, saltándose precisamente los múltiplos de 4.
Curioso, ¿no es así?**

Pues sí, estos son los juegos que resultan cuando la clase explora los vericuetos de las matemáticas, las propiedades de las operaciones y de los números y, sobre todo, las capacidades intelectuales de todos para vincular una cosa con la otra y armar de un problema otro y otro.

Es también el contexto en el que aparecen explicaciones y generalidades que dan cuenta de las regularidades que construimos en nuestro vivir de todos los días (sin darnos cuenta!).

En estos ambientes hay un mundo de satisfacciones por las cosas que se encuentran que han hecho que con frecuencia cuando se pregunta a los estudiantes en la EPE por la clase que más les gusta, ha sido precisamente la matemática la preferida.

Bibliografía

(La bibliografía general de las cartillas en matemáticas se incluyó en la cartilla no 1)

Segura, D. (1991) Las ATAS, una alternativa didáctica. En Planteamientos en educación No 1. Ed. CEPE, Santafé de Bogotá. Reimpreso en Constructivismo, construir qué 2000. Bogotá: CEPE.

Segura y otros (1997). *Actividades de investigación en la clase de ciencias*. Sevilla: Diada.

Segura, D y otros (2005) El constructivismo radical: prácticas co sentido en la enseñanza de las ciencias. En Itinerantes No 3. Revista del área de currículo del doctorado en educación de Rudecolombia, Popayán.

Natalia., Guzmán (2005) Tesis de grado U.D. Bogotá U. Distrital