

## LA RAZÓN DE SER DE ESTAS CARTILLAS

Luego de más de cuarenta años de titubear en torno a búsquedas pedagógicas, la Escuela Pedagógica Experimental ha logrado algunos resultados que creemos que vale la pena compartir con la comunidad. Definitivamente estamos convencidos de la importancia de unir esfuerzos para conseguir una escuela que realmente corresponda a nuestras posibilidades, a nuestra historia de realizaciones y a las capacidades que hemos mostrado los colombianos.

Son muchos los temas que podríamos incluir con estas intenciones. Unos relacionados con las disciplinas, otros con la pedagogía propiamente dicha y, en fin, muchos concernientes a las estrategias que hemos construido para convertir en realidad lo que podríamos denominar la *Pedagogía EPE*.

Por otra parte, los protagonistas de esta gesta hemos sido muchos. Por la EPE han transitado en estos 40 años más de 300 maestros, hemos graduado más de 1.000 bachilleres y recordémoslo, si la escuela existe, ello ha sido posible por que han existido los padres de familia, un grupo de colombianos que ha creído en nosotros, en la EPE, y que a través de las pensiones la ha mantenido viva, financiándola.

Lo que se hace entonces en el momento de escribir estas cartillas es sistematizar aspectos puntuales de la EPE, que tienen la impronta de quien lo hace. Habrá en el futuro diversas perspectivas de sistematización y entonces tendremos muchos planteamientos alternativos para las mismas experiencias. Tendremos muchas EPEs.

## LAS MATEMÁTICAS EN LA EPE

Una de las quejas que motivó la creación de la EPE era nuestro descontento por lo que la escuela tradicional hace con las disciplinas, concretamente al convertir el conocimiento en información.

Planteado eso, lo que quedaba como tarea era ingente: ¿Entonces qué hacer?

Fue entonces cuando iniciamos la exploración, el estudio y la práctica reflexiva en la escuela con los maestros y estudiantes.

Por el origen disciplinario de los fundadores lo que primero abocamos fue digamos la formación en matemáticas, ciencias y democracia. Hoy, aunque no todo está absolutamente claro, sí podemos avanzar un tanto y compartir lo que en líneas generales es la academia en la EPE.

La estructuración de la perspectiva de las matemáticas ha tenido la contribución de más de 50 maestros de la EPE. Si vamos al origen fueron tal vez las lecturas de J. Piaget, de S. Kuhn y de A. Koyré las que desde hace unos 40 años nos mostraron que el aprendizaje como una revolución o acomodación debe surgir de enfrentarse a conflictos y situaciones inesperadas. Ese modelo de aprendizaje lo expusimos formalmente en el libro *La enseñanza de la Física, dificultades y perspectivas (Segura D. 1993)*, publicado por el Fondo Editorial de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Hace unos quince años descubrimos que lo que hacíamos en la práctica era explorar las posibilidades de la abducción en la construcción disciplinaria. Es por ello que comenzamos con esa temática como lo central de estas cartillas. En realidad, fue la perspectiva abductiva lo que nos permitió estructurar la academia en torno de la creatividad, que nos llevó a una manera totalmente antagónica a lo que es la academia en nuestras escuelas usuales.

Lo que sucede es que mientras la escuela en el mundo está centrada en la difusión de los resultados de la actividad matemática o científica, esto es, en la repetición y memorización de resultados y algoritmos, nuestra propuesta enfatiza en transitar los procesos de construcción de las disciplinas recorriendo los procesos de elaboración de hipótesis y solución de problemas.

Nos interesa más el camino de producción del saber que los resultados desnudos que se obtienen.

**-1 -**

# **HACIENDO MATEMÁTICAS**

**El pensamiento abductivo**

**Dino Segura**

## 1. Para comenzar

En términos generales la pregunta de Poincare acerca del origen de las generalidades en matemáticas (esto es, de la premisa mayor, en las dinámicas deductivas) ha sido una preocupación de muchos, entre ellos de C.S. Pierce (ver Henao, 2017) quien se plantea lo mismo de manera más general al preguntarse por el origen de las hipótesis. Ante la pregunta planteada, Poincare mira hacia la recurrencia y Pierce hacia la abducción. Señalemos que intrigados por la misma cuestión Rom Harre desarrolla un planteamiento muy extenso y juicioso acerca de los modelos que es coherente con los planteamientos de Hanson N. Russell quien le dedica un libro al origen reproductivo (que es como el se refiere a la abducción) de la hipótesis de Kepler acerca de los “óvalos”, como posibilidad planetaria (la órbita de Marte).



Teselaciones, exposición EPE 2014

Curiosamente R. Feynman en una conferencia dedicada a maestros y publicada en nuestro medio por *Naturaleza: educación y ciencia 1* hace ya unos 30 años nos da una clave interesante para lo mismo que puede ser muy fértil en el terreno de la educación (especialmente para las matemáticas, pero me atrevería a decirlo, para la educación en general). Allí Feynman enuncia que “la matemática es la búsqueda de patrones”.

Claro, de una manera un tanto más contemporánea, no diríamos que se trata de la búsqueda de patrones, sino de la invención de patrones, así lo plantearían en nuestros días Von Foester o G. Bateson.

“la matemática es la  
búsqueda de patrones”



Teselaciones Nivel 8 - 2015

## 2. De qué se trata la cosa

Las conveniencias que surgen de la posibilidad abductiva en el aula, nos llevan a pensar la clase de matemáticas de una manera distinta. Lo que proponemos con la introducción de la abducción es *hacer matemáticas*, en vez de memorizar algoritmos y ejercitar mecánicamente operaciones matemáticas. Veamos unos cuantos ejemplos preliminares pensados y experimentados en la escuela básica.

### A- Las secuencias de un collar

Cuando se plantea la elaboración de un collar y comenzamos a hacerlo para que luego lo continúen los estudiantes estaríamos en esa ruta. Veamos.

Sea esta la muestra que debe continuarse:



El niño debe ensartar la siguiente ficha. ¿Cuál sigue?

**LOS RETOS SON  
BIENVENIDOS POR  
LOS ESTUDIANTES**

Lo interesante de esto es que él mismo establezca la secuencia y obre en consecuencia. En este proceso es conveniente que el maestro se haga invisible para que los intentos de unos y otros sean conversados, criticados y ayudados por el grupo mismo de estudiantes. Se trata, en este caso, de que los argumentos para orientar la acción no estén irrigados por la autoridad.

La elaboración de secuencias como la del collar pertenece a una familia de actividades que puede explorarse incluyendo competencias en las que son unos niños quienes inventan la muestra para que sea descubierta o reinventada por los otros.

**NO QUEREMOS REPETIR LO MISMO,  
¡QUEREMOS INVENTAR!**

### B- Las máquinas de calcular

A ver, una ecuación se puede considerar como una máquina que transforma o produce un resultado a partir de un insumo (que es un número, o sea, en términos precisos, la variable independiente). Veamos.

Presentemos un conjunto de datos (ver tabla a la derecha) que se constituyen en un reto no solo para encontrar los valores que señalamos con una interrogación, sino para hallar la regla general que determina cómo se vincula el resultado con el insumo. En este caso, estamos dando cuatro datos para imaginar (abducir) cuál es la máquina y para producir otros resultados.

?		
0		3
1		8
2		?
3		?
4		23
5		?
6		33
7		?

Se trata de imaginar una ecuación que como una máquina transforme

0	en	3
1	en	8
4	en	23
6	en	33

Y de aplicarla a los números que no tienen aún la respuesta y proceder luego a escribir la regla general.

Como puede verse, la variedad de “máquinas” de este tipo que pueden inventarse es infinita y como lo anotábamos antes, los mismos estudiantes inventarán otras máquinas de tal suerte que se puede convertir en una competencia acompañada de los retos pertinentes.

Como en el caso anterior es interesante considerar los retos en los que está inmersa la actividad.

1. Se elaboran hipótesis que son puestas a prueba por el mismo inventor de ellas.
2. Luego, se la somete a la consideración del grupo y es estudiada por todos.
3. Finalmente se socializa en todo el grupo. Es entonces una hipótesis del grupo.

(En este proceso hay dos niveles o dos posibilidades. Se inventa una estrategia para lograr el número dado que se justifica simplemente porque funciona. O, se añade una elaboración argumentativa para sustentar por qué esa propuesta es la solución. Hay un anticipo a la diferencia entre explicar y comprender).



Construcciones matemáticas EPE

### C- Situaciones cotidianas

Una fuente muy fértil para los retos e hipótesis surge de las actividades que hacemos todos los días. Una actividad que ya es emblemática en la EPE pues la descubrimos en alguna parte hace más de 30 años y la hemos utilizado de muchas maneras, es la de los saludos. Veamos entonces cómo se convierte la cotidianidad en una fuente de sorpresas y de estudio relacionado con las matemáticas.

**¿Qué otra cosa es más cotidiana que saludarse?**

#### La situación

Imagínate que estamos en una reunión en la que cada quien se saluda con los otros mediante un estrechón de manos (no hay miedo por el posible contagio). Si hay dos personas, pues con un estrechón basta. Si son cuatro personas, uno de ellos saludará a los otros tres (3 estrechones). De los 3 que quedan uno saludará a dos (dos estrechones) y estos dos se saludan (1 estrechón). En total son 6 estrechones. Si hacemos una tabla, tendríamos los datos así (ver la tabla). Y, la pregunta es entonces por el número de estrechones que tendremos cuando haya 20 o 100 personas o, en general, para  $N$  personas.

	?	
2		1
3		3
4		6
5		?
6		?
		?
20		?
100		?

La manera de pensar que como telón de fondo está presente en esta actividad es muy general de tal suerte que la expresión final se puede encontrar en muchos otros casos como cuando se definen cuántos menús se pueden hacer con un número finito de platos, o cuántas banderas se pueden concebir con determinado número de colores y franjas en su diseño, o cuántos partidos hay que jugar si en el campeonato juegan todos contra todos, etc.

Como puede verse, al final lo que se requiere para solucionar la pregunta (o las diversas preguntas que aparecen) es sumar los primeros  $N$  números enteros. Claro, incluso sumar los primeros  $N$  números enteros es de por sí una actividad interesante que se conoce bastante bien en la historia de la matemática.



A propósito de matematizar

## La matematización

Pero, de verdad, sumar números es distinto contar saludos, sólo un matemático podría imaginarse que las dos cosas son lo mismo. Y son lo mismo si ha matematizado la situación y esa es una de las tareas más interesantes en la historia de la ciencia y de las matemáticas. Matematizar significa inventar un único modelo que está en capacidad de dar cuenta de un número incluso infinito de los casos particulares. Pero esto es algo sobre lo que volveremos después.

### D- Los acertijos

En la vida cotidiana y especialmente en la vida escolar se plantean acertijos y problemas para retar la iniciativa, la observación o la capacidad para inventar. Entre ellos tenemos *la Torre de Hanoi* o el problema de *caníbales y misioneros* o *el salto de la rana*. Estos han sido temas muy típicos

de la clase de matemáticas de la EPE y se han estudiado en diferentes proyectos de investigación. Estos problemas tienen carácter abductivo, se trata inventar una hipótesis para hallar una regla general a partir de casos particulares y analogías, recurrencias o modelos. El proceso pasa por la invención de diferentes opciones, su estudio o puesta a prueba y la generalización a los diferentes miembros del grupo.



Torre de Hanoi

En la Torre de Hanoi\* deben pasarse los aros de uno en uno y en el mínimo número de jugadas de la varillita donde están, a una libre, ayudándose de la otra ya que nunca debe quedar un aro grande sobre uno más pequeño. El proceso de teorización de la solución al problema es muy rico. Piaget lo estudió intensamente (ver de Piaget, J. *La toma de conciencia*).

En la EPE hemos encontrado para el caso del salto de la rana más de 25 soluciones (ver Segura, 2017, pg. 87, por ejemplo). Este problema lo trataremos próximamente en nuestra tercera cartilla.



A propósito de las recurrencias

\* La figura de la Torre de Hanoi fue tomada de Learning advantage 7884 Puzzle Tower of Hanoi, en la Web.

### 3- Una escuela para la imaginación

La estructura de la clase cuando se privilegia la invención (hacer matemáticas) es definitivamente distinta a la de las matemáticas en la escuela tradicional. Mientras la clase usual tiene como meta la familiarización, justificación y ejercitación de algoritmos y procedimientos muy bien definidos para problemas muy bien definidos, siguiendo de manera muy rigurosa las orientaciones y pasos de la lógica deductiva, en nuestra propuesta hay un gran protagonismo del estudiante que es quien inventa las opciones de solución que se ponen a prueba. Ahora bien, el que una propuesta sea exitosa o no es asunto de si cumple con las exigencias del grupo que es el que juzga las propuestas que aparecen en la clase. Notemos que el papel del maestro es distinto, se trata de acompañar las actividades, de descubrir propuestas impensadas de parte de los estudiantes, de rescatar los intentos y darle valor a los errores, como elementos claves en la construcción de las respuestas que se buscan. El maestro debe ser alguien que está en capacidad de sorprenderse por lo que proponen los estudiantes.

Notemos que en los ejercicios que hemos propuesto está presente la recurrencia (que era el planteamiento de Poicare). Se trata de las mismas acciones que se realizan sobre las acciones realizadas. Veamos cómo se presenta la recurrencia en el caso del problema de los saludos:

Hay dos personas que se saludan, tendremos entonces 1 saludo. Total de saludos 1  
Llega otra persona que saluda a quienes llegaron antes, 2 saludos. Total  $1+2 = 3$   
Llega otra persona que saluda a quienes llegaron antes, 3 saludos. Total  $3+3 = 6$   
Llega otra persona que saluda a quienes llegaron antes, 4 saludos. Total  $6+4 = 10$

La acción se repite y por cada persona que llega tendremos un número de saludos adicional que es igual al número de personas que ya habían llegado.

La recurrencia se presenta como una secuencia de acciones que se repite y que dan como resultado una secuencia de operaciones que se repiten. Esto nos lleva a aquello que nos decía Piaget cuando afirmaba que las operaciones son acciones interiorizadas. Y, en el caso particular que estamos estudiando, nos lleva a los fractales y formas de auto-organización (H. von Foester op. cit.).

## Bibliografía (general del proyecto y particular de esta cartilla)

- Bateson, G. (1997). *Espíritu y naturaleza*. Buenos Aires: Amorrortu
- Feynmann, R. (1997) *Qué es la ciencia en Naturaleza, educación y ciencia*. Bogotá
- Foester, H. von (1996) *Semillas de cibernética*. Barcelona; Gedisa.
- Foester, H. von (1996) *Principios de autoorganización en un contexto socio administrativo*. En *Semillas de cibernética*. Barcelona: Gedisa.
- Hanson Rusell (1985) *Patrones de descubrimiento*. Madrid:Alianza.
- Harre, R. (1968) *Introducción a la lógica de las ciencias*. Madrid:Labor
- Koyre, A. I(1997 ) *Estudios de historia del pensamiento científico*. Barcelona: sigloXX
- \*Malagón, J. Y otros (2004) *Informe final Proyecto de investigación sobre modelos matemáticos*. Bogotá: IDEP
- Henao, R.D. (2017). *Didáctica de la lógica para el ejercicio de la razonabilidad*. Rubén D. Henao. 2017 [http://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/6939/1/rub%C3%A9ndar%C3%ADohenao\\_2017\\_hermeneuticamatematica.pdf](http://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/6939/1/rub%C3%A9ndar%C3%ADohenao_2017_hermeneuticamatematica.pdf)
- Poincare, H. *Science & hypothesis* (S.D).
- Piaget, J. (1990) *Desarrollo y aprendizaje*. En *Naturaleza, educación y ciencia*. Bogotá.
- Piaget, J. (1974) *La toma de conciencia*. Madrid:Morata.
- \*Segura, D. (2017) *Hacia una escuela contemporánea. La práctica hecha teoría* Bogotá: Magisterio Ed.
- \*Segura, D, y Malagón, J. (2004) *Haciendo de matemáticos en el aula en Museolúdica No 13* Bogotá:U. Nacional.

Esta bibliografía vale para las otras cartillas de matemáticas.

Con \* los trabajos de la EPE.